Órbitas ligadas:

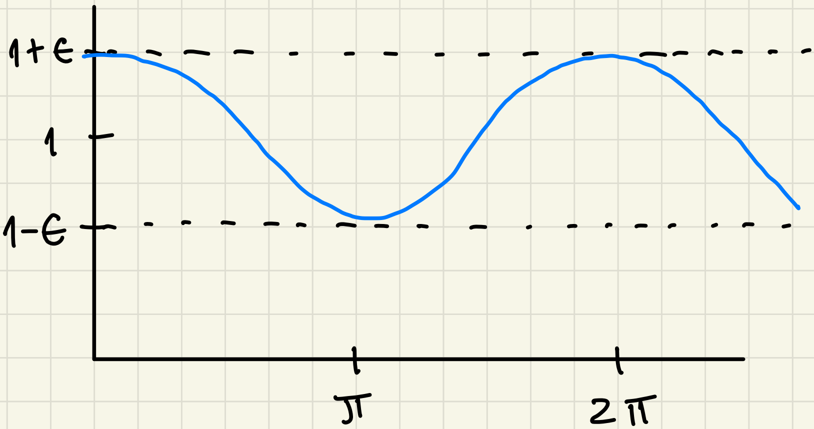
· Recordando, de (3.14):

$$r(\theta) = \frac{c}{1 + \epsilon \cos\theta}$$

· Notamos que:

Si $\epsilon < 1$, el denominador nunca es cero.

$\rightsquigarrow$ $r(\theta)$ permanece ligado para todo θ.



$r(\theta)$ oscila entre $\epsilon+1$ y $\epsilon-1$.

Esto es, r oscila entre:

$$r_{min} = \frac{c}{1+\epsilon} \quad y \quad r_{max} = \frac{c}{1-\epsilon} \,. \qquad (3.15)$$

Aquí, r_{min} es el perihelio cuando $\theta = 0$,
r_{max} es el afelio cuando $\theta = \pi$

· Dado que θ es periódica, $r(2\pi) = r(0)$.

⤳ La órbita se cierra.

· Antes de continuar, veamos la relación entre energía y excentricidad.

De clases pasadas, notamos:

$$E = V_{eff}(min)$$

revisar gráfica de semana 4.

Entonces,

$$E = V_{eff}(min) = -\frac{G m_1 m_2}{r_{min}} + \frac{l^2}{2\mu r_{min}^2}$$

$$= \frac{1}{2 r_{min}} \left(\frac{l^2}{\mu r_{min}} - 2 G m_1 m_2 \right)$$

(3.16)

Sabemos de (3.15) que $r_{min} = \frac{c}{1+\epsilon}$ y que: $c = \frac{\ell^2}{G m_1 m_2 \mu}$.

Tendremos: $r_{min} = \frac{\ell^2}{G m_1 m_2 \mu (1+\epsilon)}$

Sustituyendo en (3.16):

$$E = \frac{\gamma \mu (1+\epsilon)}{2\ell^2}\left[\gamma(1+\epsilon) - 2\gamma\right]$$

$$\rightsquigarrow \quad \boxed{E = \frac{\gamma^2 \mu}{2\ell^2}(\epsilon^2 - 1)} \qquad (3.17)$$

con $\gamma = G m_1 m_2$. Esto es válido para órbitas ligadas y no ligadas.

<u>Órbitas no ligadas:</u>

¿Qué pasa con $\epsilon \geq 1$, $E \geq 0$?

En la frontera, cuando $\epsilon = 1 \Rightarrow E = 0$, el denominador de (3.14) es cero con $\theta = \pm\pi$

$\rightsquigarrow r(\theta) \longrightarrow \infty$ con $\theta = \pm\pi$.

Entonces, la órbita no está ligada.

· Este es el caso de la órbita parabólica

Para $\epsilon > 1$, el razonamiento es el mismo.

· Finalmente,

excentricidad	energía	órbita
$\epsilon = 0$	$E < 0$	circular
$0 < \epsilon < 1$	$E < 0$	elíptica
$\epsilon = 1$	$E = 0$	parábola
$\epsilon > 1$	$E > 0$	hipérbola.

Semana corta:

- Examen + día feriado