3.5.1. Agujeros Negros

- Hablaremos un poco sobre los objetos, descritos por la métrica de Schwartzschild, para $r < 2GM$.
- Para esto, estudiemos su estructura causal; cono de luz.

$$ds^2 = 0 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2$$

(manteniendo θ y ϕ constantes).

- Tenemos:

$$\frac{dt}{dr} = \pm\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}.$$

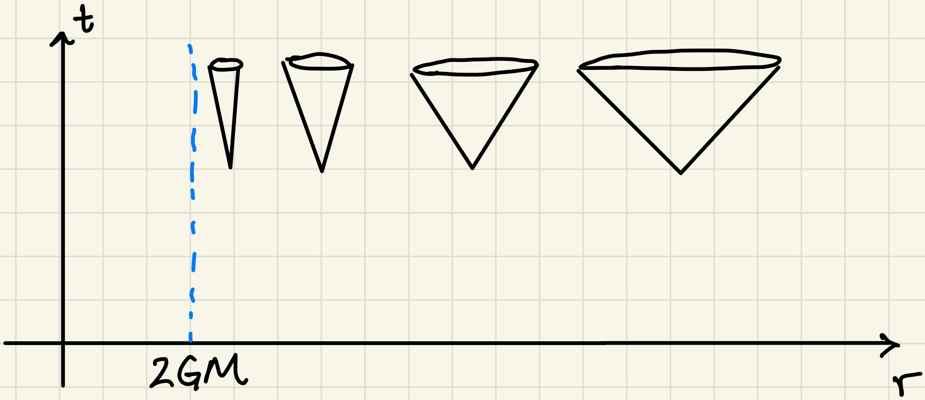
¿Que significa esto?

- Para r grande, la pendiente es ± 1.

  $\rightsquigarrow$ Espacio plano.

- Para $r \to 2GM$, $\frac{dt}{dr} \longrightarrow \pm\infty$.

  $\rightsquigarrow$ Los conos de luz "se cierran"



Esto es, algo acercándose a $r = 2GM$, nunca cruzará el horizonte de eventos.

¡Desde nuestra perspectiva!

· El objeto definitivamente cae, somos los observadores quienes no podemos verlo.

↳ $r = 2GM$ es una indeterminación aparente; dependerá del sistema coordenado.

¿Qué hacemos?

→ Cambiar de sistema coordenado.

Nuestro problema está con

$$\frac{dt}{dr} \to \infty \quad \text{cuando} \quad r \to 2GM$$

Proponemos

$$t = \pm r^* + \text{constant}$$

donde r^* es la coordenada tortuga, definida

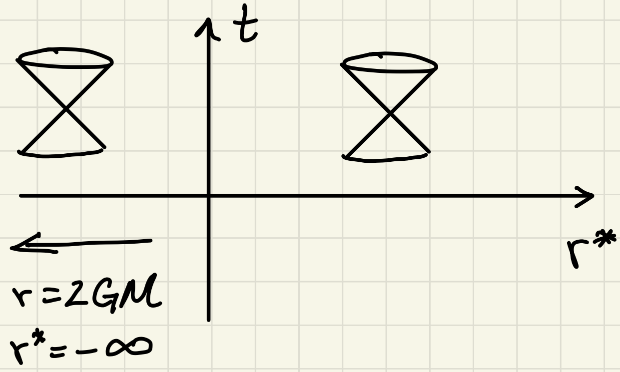
$$r^* = r + 2GM \ln\left(\frac{r}{2GM} - 1\right)$$

- La métrica es ahora:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\left(-dt^2 + dr^{*2}\right) + r^2 d\Omega^2$$

⤳ conos de luz no se cierran.

⤳ no hay indeterminación en $r = 2GM$.



Precio a pagar, $r = 2GM$ está en infinito.

- Ahora definimos las coordenadas de Eddington - Finkelstein:

$$v = t + r^*$$ ingoing $v = cte$

$$u = t - r^*$$ outgoing $u = cte.$

y regresamos a la coordenada r reemplazando t por v:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dv^2 + \underbrace{(dv\,dr + dr\,dv)}_{2dv\,dr} + r^2 d\Omega^2$$

Los conos de luz:

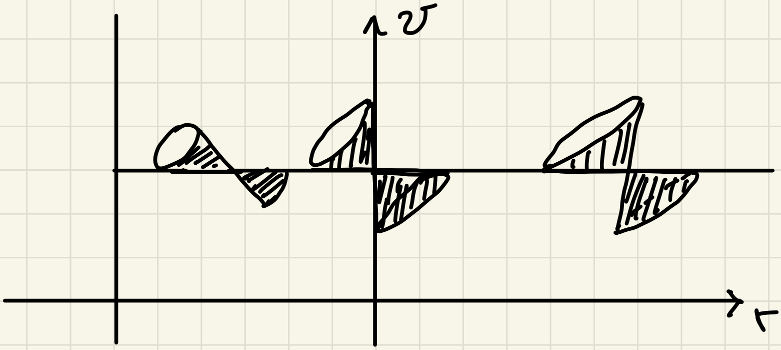
$$0 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\frac{dv}{dr} + 2$$

$$\frac{dv}{dr} = 0$$ (ingoing)

Conclusión: todo bonito en $r = 2GM$.

De hecho, se tiene que los conos de luz se inclinan al pasar $r = 2GM$.

TAREA.



Van inclinándose.

- Tenemos, $r < 2GM$ "los futuros" apuntan en dirección de $r \to 0$.
- Esto es, una vez cruzado 2GM no hay regreso

$\rightsquigarrow$ se desconecta causalmente.